



Esercizio 8-A-1

Dalla definizione di costante di tempo $\tau_c = (\rho c R/3)/h$ si desume che

$$d = 0.71 \text{ mm}$$

L'uso della precedente espressione presuppone che sia $Bi \ll 1$. Si verifica a posteriori, ora che il d è noto, tale evenienza:

$$Bi = h (d/2)/k = 0.0018 \quad \text{ok}$$

Il profilo temporale di temperatura è dato dalla $T(t) = 200 - (200-20) \exp[-t/\tau_c] = 200-180 e^{-t}$

Risolvendo le equazioni

$$T(t_1) = 190$$

$$T(t_2) = 199.9$$

si ricava $t_1 = 2.89$ e $t_2 = 7.49$ s.

Nel II caso la costante di tempo triplica $\tau_c' = (\rho c 3 d/1000/6)/h = 3$ secondi. Il profilo temporale diventa:

$$T'(t) = 200-180 e^{-t/3}$$

Risolvendo le equazioni

$$T'(t_3) = 190$$

$$T'(t_4) = 199.9$$

Si trova: $t_3 = 8.7$ e $t_4 = 22.48$ s.

Esercizio 8-B-1

Calcolo preliminarmente il numero di Bi:

$$Bi = h (d/2)/k = 0.536913$$

$$1/Bi = 1.8625$$

Si deve ricorrere ai grafici non essendo $Bi \ll 1$.

Il primo grafico richiede la conoscenza del tempo adimensionale τ_1 corrispondente al tempo $t_1 = 45$ min:

$$\text{La diffusività termica è } \alpha = k/(\rho c) = 3.95404 \times 10^{-6} \text{ mq/s e quindi } \tau_1 = \alpha t_1 / (d/2)^2 = 1.06759$$

Entrando nel grafico si legge $\theta_0 = 0.4$ da cui: $T_0 = T_f + (T_i - T_f) \theta_0 = 360^\circ\text{C}$

Dal secondo grafico, entrando per $r = 1$, si legge $\theta(r=1)/\theta_0 = 0.86$ e quindi $\theta_1 = 0.86 \theta_0 = 0.344$.

Ne consegue $T_1 = T_f + (T_i - T_f) \theta_1 = 337.6^\circ\text{C}$.

L'uso dell'ultimo grafico per il calcolo dell'energia ceduta presuppone il calcolo di $Bi^2 (\alpha t_1 / (d/2)^2) = 0.30776$. Unitamente alla conoscenza di Biot si legge $Q/Q_{\max} = 0.64$. Essendo:

$$Q_{\max} = \rho c (\pi d^2/4)L (T_i - T_f) / 10^3 = 47353.9 \text{ J e quindi } Q = 30306.5 = \text{J}$$