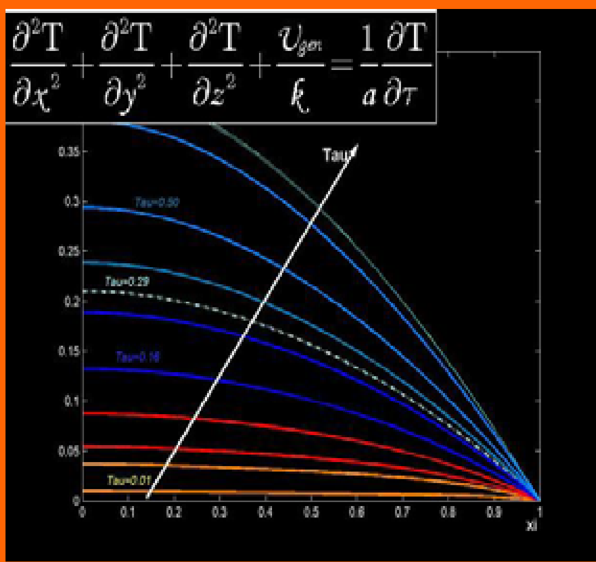
# *Università degli studi di Salerno*

## *Dipartimento di ingegneria meccanica*

## *Corso di trasmissione del calore*
## *A .A . 2002/2003*





A cura di:

Lucio Durso
Cuccurullo
Adriano Testa

Docente:

Prof. Gennaro

**Corso di Trasmissione del Calore a.a. 2002/03**
*Docente prof. G. Cuccurullo*

## Tesina n.16/A

Un lungo elemento combustibile (k=25 W/(mq K)), schematizzabile come una lastra piana di spessore *L* pari ad 1 cm, genera energia secondo la legge u=ugen,max |(1-x/L)| ; ugen,max= 10 ^8 W/mc
Supposto che il raffreddamento sulla superficie sia tale da realizzare Tw=Ti=20°C, determinare con
soluzione analitica esatta:

1- il massimo salto di temperatura cui è soggetta la lastra e
2- il tempo necessario affinché si realizzi un salto di temperatura in mezzeria pari ad ½ di quello massimo.

L' equazione che permette di studiare il problema posto è la :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{U_{gen}}{k}=\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1.1)$$

che particolarizzata al caso in esame (campo di temperatura monodimensionale ), diviene:

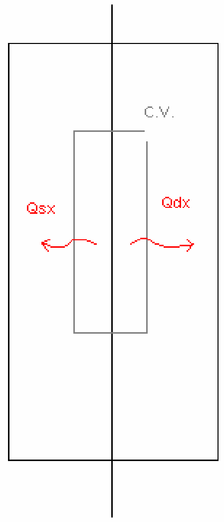
$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{U_{gen}}{k}=\frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} \qquad (1.2)$$

La (1.2) è un' equazione differenziale lineare, ammette quindi un' unica soluzione <u>fornite 2 CONDIZIONI AL CONTORNO e 1 CONDIZIONE INIZIALE</u>**.** Per quanto riguarda la <u>**condizione iniziale**</u>, risulta:

$T(x,t=0)=T_i$

Una <u>**condizione al contorno**</u> mi è fornita dal problema ( condizione al contorno di primo tipo):
$T(x=L/2,t)=T_w$

La <u>**seconda**</u> la ricavo invece da un bilancio di energia effettuato sull' asse di simmetria della lastra; risulta,infatti:

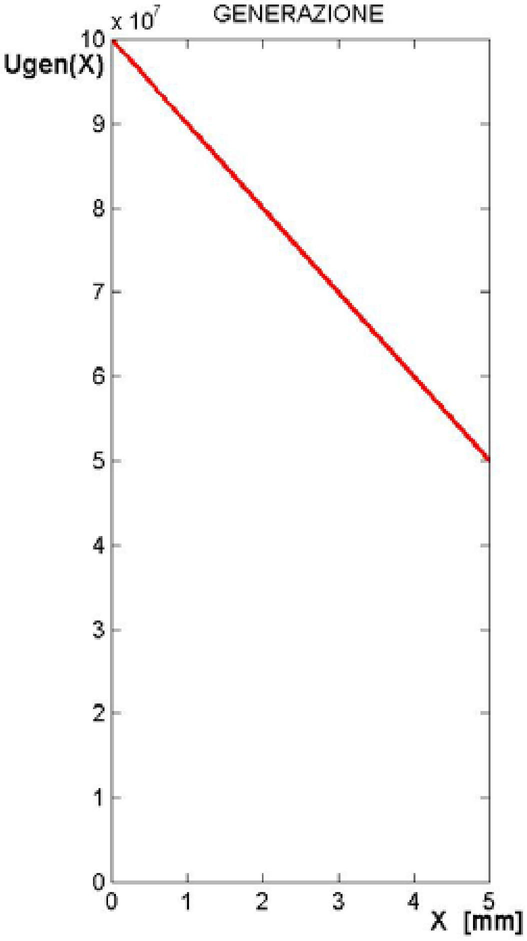



$$\dot{q}_{(x=0+)}=\dot{q}_{(x=0-)} \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial x}_{(x=0+)}=\frac{\partial T}{\partial x}_{(x=0-)} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}(x=0)=0$$

altrimenti non sarebbe rispettata la simmetria del problema.

In definitiva , il problema da risolvere è:

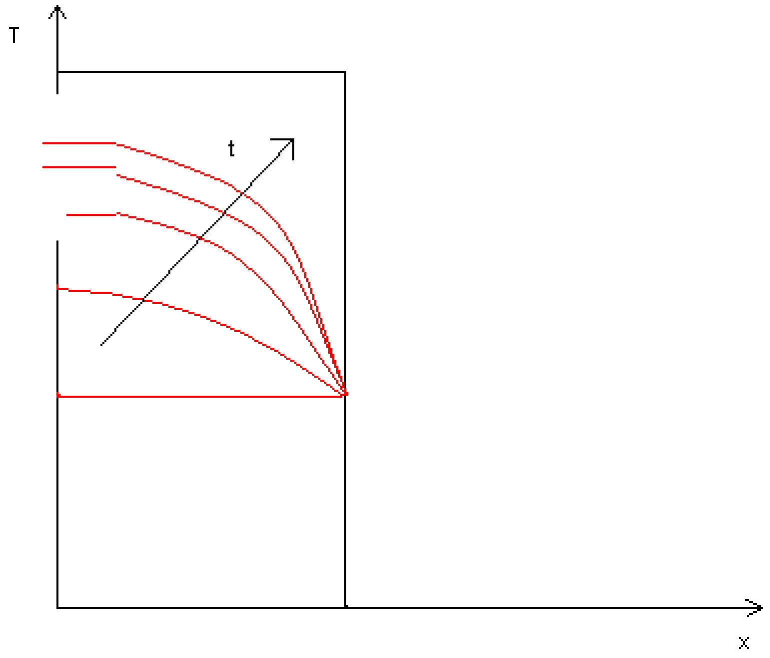
$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{U_{gen}(x)}{k} = \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial x} \\
&T(x, t=0) = T_i \\
&T(x = L/2, t) = T_W \\
&T_x(x=0, t) = 0
\end{aligned}
\qquad (1.3)
$$




$U_{gen}=U_{gen,max}*(1\text{-}x/L)$

# *Risposta Quesito 1*

Ci aspettiamo una situazione del tipo:




Quindi per trovare il salto di temperatura massimo  basta riferirsi alla soluzione stazionaria:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{U_{gen}(x)}{k} \\
&T(x = L/2, t) = T_W \\
&T_x(x = 0, t) = 0
\end{aligned} \tag{1.4}$$

- ***Adimensionalizzazione***

La scelta di $x_{rif}$ appare immediata:

$x_{rif}$ =( L/2)=l

Per quanto riguarda la temperatura di riferimento il problema non offre, a priori, alcuna informazione; riservandoci di esplicitare in seguito tale temperatura effettuiamo l' adimensionalizzazione:

$$\Theta = \frac{T - T_w}{\Delta T_{rif}}$$

$$\xi = \frac{x}{l}$$

da cui la (1.4) diviene:

$$\frac{\Delta Trif}{l^2}\frac{\partial \Theta^2}{\partial \xi^2} = -\frac{Ugen}{k}(1 - \frac{\xi}{2}) \tag{1.5}$$

che mi permette di scegliere, per ragioni di pulizia formale :

$$\Delta Trif = \frac{U_{gen,\max} * l^2}{k}$$

Il problema diviene, in definitiva:

$$\begin{aligned} &\Theta_{\xi\xi} = \frac{\xi}{2} - 1 \\ &\Theta(\xi = 1) = 0 \\ &\Theta_{\xi}(\xi = 0) = 0 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Integrando due volte la (1.6) si ottiene:

$$\Theta(\xi) = \frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^2}{2} + C_1\xi + C_2$$

e, applicando le condizioni al contorno:

$$\Theta_{\xi}(\xi = 0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$\Theta(\xi = 0) = \frac{1}{12} - \frac{1}{2} + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{5}{12}$$

Per cui la soluzione stazionaria risulta essere:

$$\boxed{\Theta(\xi) = \frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^2}{2} + \frac{5}{12}} \tag{1.7}$$

***SOLUZIONE STAZIONARIA***

Nota la (1.7) è possibile calcolare il massimo salto di temperatura. Intuitivamente ci aspettiamo che tale suddetta differenza massima si verifichi al centro della lastra. E' possibile verificare la coerenza fra la soluzione calcolata e la nostra " sensibilità ", mediante il calcolo analitico della $\xi_{MAX}$ :

$$\xi_{MAX} = \xi \ni ' \Theta_{\xi}(\xi = \xi_{MAX}) = 0$$

$$\Theta_{\xi}(\xi) = \frac{\xi^2}{4} - \xi = 0 \Rightarrow \xi * (\frac{\xi}{4} - 1) = 0 \Rightarrow \xi_1 = 0 \wedge \xi_2 = 4$$

Che (scartando la $\xi_2$ che non ha significato fisico) risponde alle nostre aspettative; a questo punto risulta:

$$\Theta_{MAX} = \Theta(0) = \frac{5}{12} \Rightarrow T_{MAX} = T_W + \frac{5}{12} * \frac{U_{gen,\max} * l^2}{k}$$

Numericamente:

$$\boxed{T_{MAX} - T_W = 41{,}67\ °C \approx 42\ °C}$$

***MASSIMO SALTO DI TEMPERATURA***

# *Risposta Quesito 2*

Per rispondere al secondo quesito posto bisogna ricavare l' andamento della temperatura durante il transitorio; per farlo devo risolvere il problema (1.3).Procedo, come per la ricerca della soluzione stazionaria alla:

- ***Adimensionalizzazione***

$x_{rif}$ =( L/2)=l
Forte delle intuizioni fatte nel risolvere il problema precedente, posso scegliere:

$$\Delta Trif = \frac{U_{gen,\max} * l^2}{k}$$

per cui la prima delle (1.3) diviene:

$$\frac{Ugen}{k} + \frac{\Delta T_{rif}}{l^2}\Theta_{\xi\xi} = \frac{1}{a}\frac{\Delta T_{rif}}{t_{rif}}\Theta_\tau$$

riservandoci, al solito di scegliere,a posteriori il tempo di riferimento.
Moltiplicando ambi i membri per $l^2/\Delta T_{rif}$ risulta:

$$\frac{l^2}{t_{rif} * a}\Theta_\tau - \Theta_{\xi\xi} = 1 - \frac{\xi}{2}$$

E, scelto:

$$t_{rif} = \frac{l^2}{a} \qquad (1.8)$$

il **problema da risolvere** diviene:

$$\begin{aligned} &\Theta_\tau - \Theta_{\xi\xi} = 1 - \frac{\xi}{2} \\ &\Theta_\xi(\xi = 0, \tau) = 0 \\ &\Theta(\xi = 1, \tau) = 0 \\ &\Theta(\xi, \tau = 0) = 0 \end{aligned} \qquad (1.9)$$

che può essere risolto con il **" METODO DELLE SOLUZIONI PARZIALI"**, tale metodo consiste nella ricerca di una soluzione del tipo:

$$\Theta(\xi, \tau) = \Theta_S(\xi) + \Theta_u(\xi, \tau) \qquad (1.10)$$

Sostituendo la (1.10) nelle (1.9) si ottiene:

$$\begin{aligned}
&\Theta_{u,\tau} - \Theta_s'' - \Theta_{u,\xi\xi} = 1 - \frac{\xi}{2} \\
&\Theta_s'(0) + \Theta_{u,\xi}(\xi = 0, \tau) = 0 \\
&\Theta_s(1) + \Theta_u(\xi = 1, \tau) = 0 \\
&\Theta_u(\xi, \tau = 0) + \Theta_S(\xi) = 0
\end{aligned} \qquad (1.11)$$

Il vantaggio ottenuto nel passare dalle (1.9) alle (1.11),sta nel poter scindere queste ultime in **<u>due sottoproblemi</u>:**

$$\begin{aligned}
&\Theta_S'' = \frac{\xi}{2} - 1 \\
&\Theta_S(\xi = 1) = 0 \\
&\Theta_S'(\xi = 0) = 0
\end{aligned} \qquad (1.12)$$

$$\begin{aligned}
&\Theta_{u,\tau} = \Theta_{u,\xi\xi} \\
&\Theta_{u,\xi}(\xi = 0, \tau) = 0 \\
&\Theta_u(\xi = 1, \tau) = 0 \\
&\Theta_u(\xi, \tau = 0) = -\Theta_S(\xi)
\end{aligned} \qquad (1.13)$$

Inoltre essendo già nota la soluzione del problema (1.12) ***<u>mi rimane da risolvere il solo sottoproblema (1.13)</u>*** **.**

- Applichiamo il **"METODO DI SEPARAZIONE DELLE VARIABILI "**

Cerchiamo cioè una soluzione del tipo:

$$\Theta_u(\xi, \tau) = X(\xi) * T(\tau) \qquad (1.14)$$

sostituendo la (1.14) nella prima delle (1.13) ottengo:

$$T'X = TX'' \Rightarrow \frac{T'(\tau)}{T(\tau)} = \frac{X''(\xi)}{X(\xi)} \Leftrightarrow \frac{T'(\tau)}{T(\tau)} = \frac{X''(\xi)}{X(\xi)} = \cos t. = \pm\lambda^2$$

(1.15)
da cui:

$$\frac{T'}{T} = \pm\lambda^2 \Rightarrow \ln(T) = \pm\lambda^2\tau \Rightarrow T = e^{\pm\lambda^2\tau}$$

Non potendoci aspettare una temperatura che diverga, risulta:

$$T = e^{-\lambda^2\tau}$$

Sempre dalla (1.15) ricavo:

$$\frac{X''}{X} = -\lambda^2 \Rightarrow X = A\sin(\lambda\xi) + B\cos(\lambda\xi)$$

Sfruttando le condizioni al contorno, risulta:

$$\Theta_{u,\xi}(\xi=0,\tau)=X'(0)*T(\tau)=0\forall\tau\Leftrightarrow X'(0)=0$$
$$\Theta_u(\xi=1,\tau)=X(1)*T(\tau)=0\forall\tau\Leftrightarrow X(1)=0$$
da cui:

$$X'(0)=\lambda A\cos(0)-\lambda B\sin(0)=A=0$$

$$X(0)=B\cos(\lambda)\Rightarrow\cos(\lambda)=0\Rightarrow\lambda_n=(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

A questo punto siamo in grado di ricavare una soluzione generale della (1.13):

$$\Theta_u(\xi,\tau)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n*e^{-\lambda_n{}^2\tau}\cos(\lambda_n\xi) \tag{1.16}$$

e determinare $A_n$ dalla condizione iniziale:

$$\Theta_u(\xi,\tau=0)=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\cos(\lambda_n\xi)=-\Theta_S(\xi)=-(\frac{\xi^3}{12}-\frac{\xi^2}{2}+\frac{5}{12})$$
(1.17)

In realtà le costanti da determinare sono infinite, mentre ho a disposizione una sola equazione; moltiplichiamo innanzitutto ambo i membri della (1.17) per $\cos(\lambda_m\xi)$:

$$\sum_{n=0}^{\infty}A_n\cos(\lambda_n\xi)\cos(\lambda_m\xi)=-(\frac{\xi^3}{12}-\frac{\xi^2}{2}+\frac{5}{12})*\cos(\lambda_m\xi) \tag{1.18}$$

A questo punto devo ***<u>dimostrare che le autofunzioni $X_n$ edXm sono fra di loro ortogonali</u>***, ovvero per definizione di ortogonalità:

$$\exists[a,b]\ni'\int_a^b X_n*X_m d\xi=0\forall n\neq m \tag{1.19}$$

Per farlo basta ricordare che esse devono soddisfare la (1.15), per cui:

$$X_n''=-\lambda_n{}^2*X_n\wedge X_m''=-\lambda_m{}^2*X_m$$
$$X_mX_n''=-\lambda_n{}^2*X_nX_m\wedge X_nX_m''=-\lambda_m{}^2*X_mX_n$$

e, sottraendo la seconda dalla prima:

$$X_mX_n''-X_nX_m''=(\lambda_m{}^2-\lambda_n{}^2)*X_nX_m$$
$$X_mX_n''-X_n'X_m'+X_n'X_m'-X_nX_m''=(\lambda_m{}^2-\lambda_n{}^2)*X_nX_m$$

notando che $X_m''*X_n+X_m'*X_n'=(X_m'*X_n)'$ e $X_m*X_n''+X_m'*X_n'=(X_n'*X_m)'$ risulta:

$$(\lambda_m{}^2-\lambda_n{}^2)*X_nX_m=(X_mX_n')'-(X_nX_m')'\Rightarrow\int_0^1(\lambda_m{}^2-\lambda_n{}^2)*X_nX_m=(\lambda_m{}^2-\lambda_n{}^2)*\left\{[X_mX_n']_0^1-[X_nX_m']_0^1\right\}$$

(1.20)

$$\left\{[X_m X_n']_0^1 - [X_n X_m']_0^1\right\} = X_m(1)X_n'(1) - X_m(0)X_n'(0) + X_n(1)X_m'(1) - X_n(0)X_m'(0)$$

$ma:$

$$X_m(1) = 0 \wedge X_n'(0) = 0 \wedge X_n(1) = 0 \wedge X_m'(0) = 0$$

dovendo soddisfare le $X_m$ ed $X_n$ anche le condizioni al contorno. Tornando quindi alla (1.20) risulta dimostrata l' ortogonalità delle autofunzioni.
A questo punto, integrando ambo i membri della(1.18) e sfruttando la linearità dell' operatore di integrazione, forte del risultato appena ottenuto, ricavo:

$$A_m = \frac{-\int_0^1 \left(\frac{\xi^3}{12} - \frac{\xi^2}{2} + \frac{5}{12}\right) * \cos(\lambda_m \xi) d\xi}{\int_0^1 \cos^2(\lambda_m \xi) d\xi} \equiv \frac{C_{1,m}}{C_{2,m}} \tag{1.21}$$

A questo punto non rimane che il calcolo degli integrali.

- **$C_{2,m}$**

$$C_{2,m} = \int_0^1 \cos^2(\lambda_m \xi) d\xi = \frac{1}{2}\int_0^1 [\cos(2\lambda_m \xi) + 1] d\xi = \frac{\sin(2\lambda_m) + 2\lambda_m}{4\lambda_m}$$

- **$C_{1,m}$**

$$C_{1,m} = -\int_0^1 \frac{\xi^3}{12}\cos(\lambda_m \xi) d\xi + \int_0^1 \frac{\xi^2}{2}\cos(\lambda_m \xi) d\xi - \int_0^1 \frac{5}{12}\cos(\lambda_m \xi) d\xi$$

e, sfruttando la **formula di ricorrenza** per l'integrale:

$$\int_0^1 \xi^n \cos(\lambda_m \xi) d\xi = \left[\frac{\xi^{n+2}}{n+2}\cos(\lambda_m)\right]_0^1$$

si ottiene:

$$C_{1,m} = -\frac{6 + 6\lambda_m \sin(\lambda_m)}{12\lambda_m^4}$$

e, tornando alla (1.21):

$$A_m = \frac{C_{1,m}}{C_{2,m}} = -\frac{6 + 6\lambda_m \sin(\lambda_m)}{12\lambda_m^4} * \frac{4\lambda_m}{\sin(2\lambda_m) + 2\lambda_m} = -\frac{6 + 6\lambda_m \sin(\lambda_m)}{6\lambda_m^4 + 3\lambda_m^3 \sin(2\lambda_m)} \tag{1.22}$$

e, aggiunto il “ tassello mancante”, si può scrivere la ***soluzione del problema***:

$$\boxed{\Theta(\xi,\tau)=\Theta_S(\xi)+\Theta_u(\xi,\tau)=(\frac{\xi^3}{12}-\frac{\xi^2}{2}+\frac{5}{12})-6*\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1+\lambda_n\sin(\lambda_n)}{6\lambda_n^4+3\lambda_n^3\sin(2\lambda_n)}*e^{-\lambda n^2\tau}\cos(\lambda_n\xi)}$$

A questo punto è possibile rispondere al quesito posto trovando:

$$\tau^* \ni '\Delta T(0,\tau^*)=\frac{\Delta T_{MAX}}{2}$$

ma:

$$\Delta T=\Theta*\Delta T_{rif}$$

quindi, essendo:

$$\Delta T_{MAX}=\frac{5}{12}\ \Delta T_{rif}\text{(dal quesito 1 )}$$

risulta

$$\Delta T(0,\tau^*)=\frac{\Delta T_{MAX}}{2}\Rightarrow\Delta T=\frac{5}{24}\ \Delta T_{rif}\Leftrightarrow\Theta(0,\tau^*)=\frac{5}{24}$$

In definitiva bisogna trovare:

$$\tau^* \ni '\Theta(0,\tau^*)=\frac{5}{24}$$

Abbiamo a questo punto realizzato un programma in C++ che effettuasse la ricerca di tale valore per tentativi ( il funzionamento del programma, insieme al listato ed ai risultati ottenuti è allegato in APPENDICE 1 ). Tuttavia la lettura dei primi 6 termini della sommatoria ( fornita da suddetto programma), ci ha portato a calcolare un risultato di prima approssimazione, che ci aspettavamo essere simile a quello calcolato dal programma essendo il residuo della sommatoria piuttosto basso ( così come si può stimare dai coefficienti in appendice).

- ***Risultato di prima approssimazione***

Arrestando la sommatoria al solo termine di ordine 0, risulta:

$$\Theta(0,\tau) = \frac{5}{12} - 6 * \frac{\frac{\pi}{2} * \sin(\frac{\pi}{2}) + 1}{3 * (\frac{\pi}{2})^3 + 6 * (\frac{\pi}{2})^4} * e^{-\frac{\pi^2}{4}\tau} = \frac{5}{24}$$

da cui:

$$e^{-\frac{\pi^2}{4}\tau} = \frac{5}{144}\frac{3\pi^4}{4(\pi+2)} \Rightarrow \tau_0^{\ *} = -\frac{4}{\pi}\ln(\frac{15}{576}\frac{\pi^4}{(\pi+2)}) = 0.286$$

La soluzione migliore ottenuta dal programma, imponendo un errore tollerato di 0.000010 e calcolando ben 20 termini della sommatoria è pari a:

$$\boxed{\tau^* = 0.2861}$$

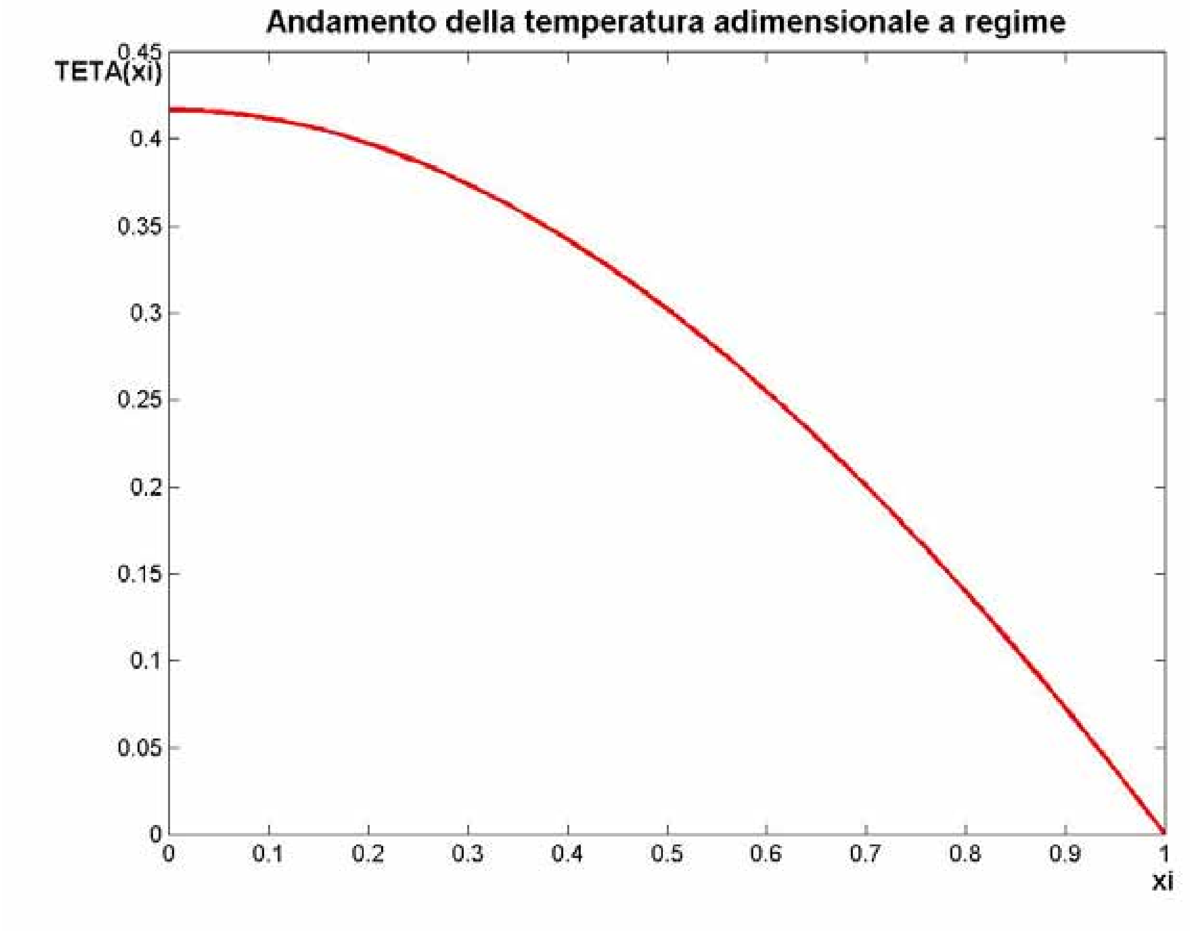
Pur non potendo risalire alla diffusività della lastra in esame (non essendo precisato il materiale), risulta, per la maggior parte dei solidi :

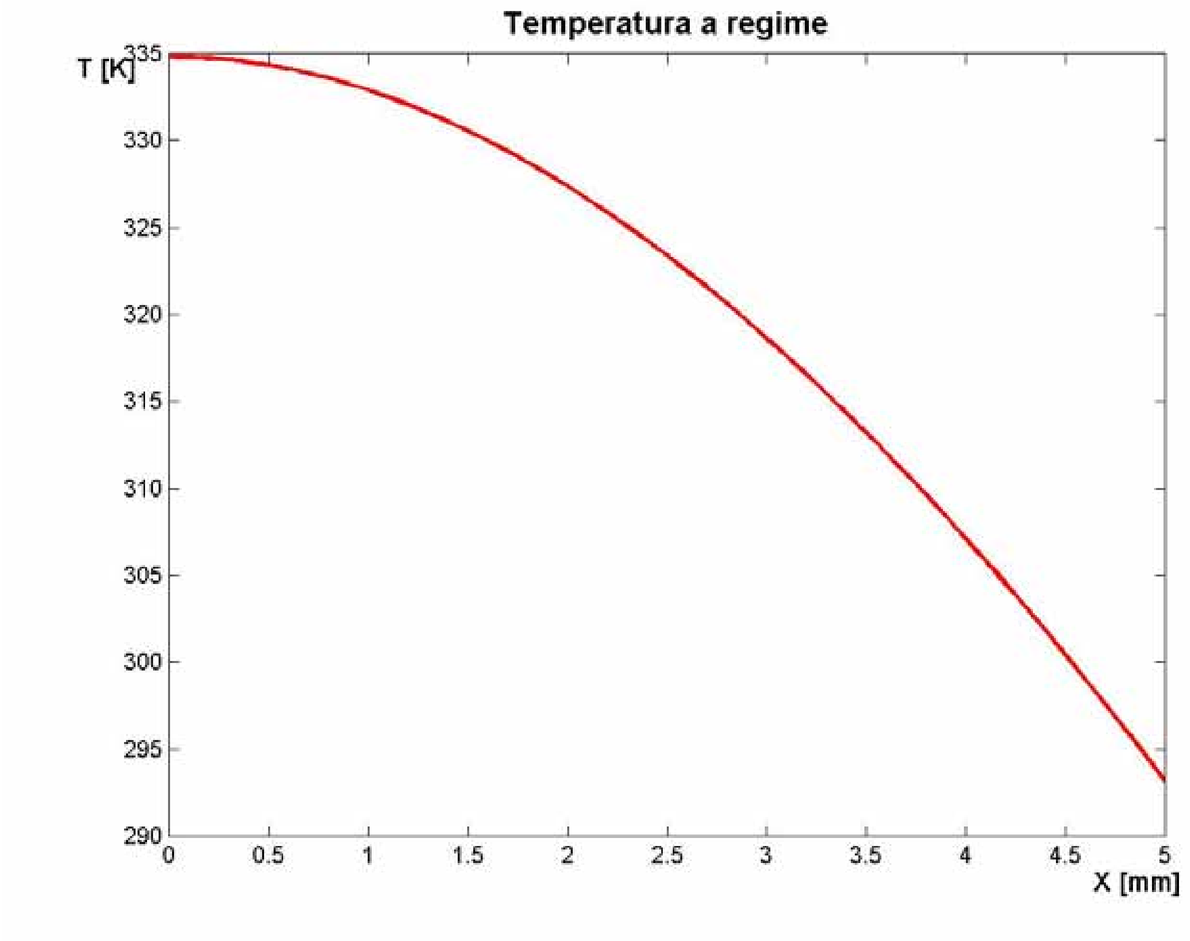
$$\rho c \approx 10^6$$

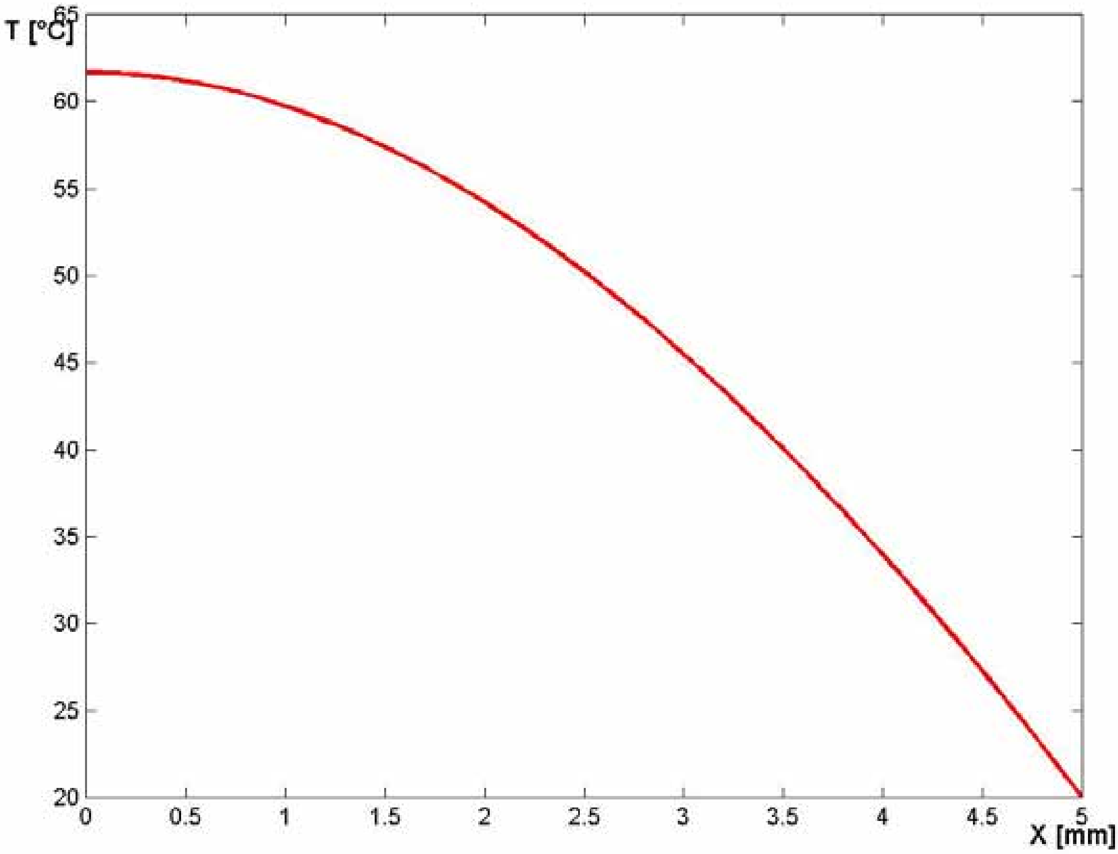
da cui possiamo almeno stimare:

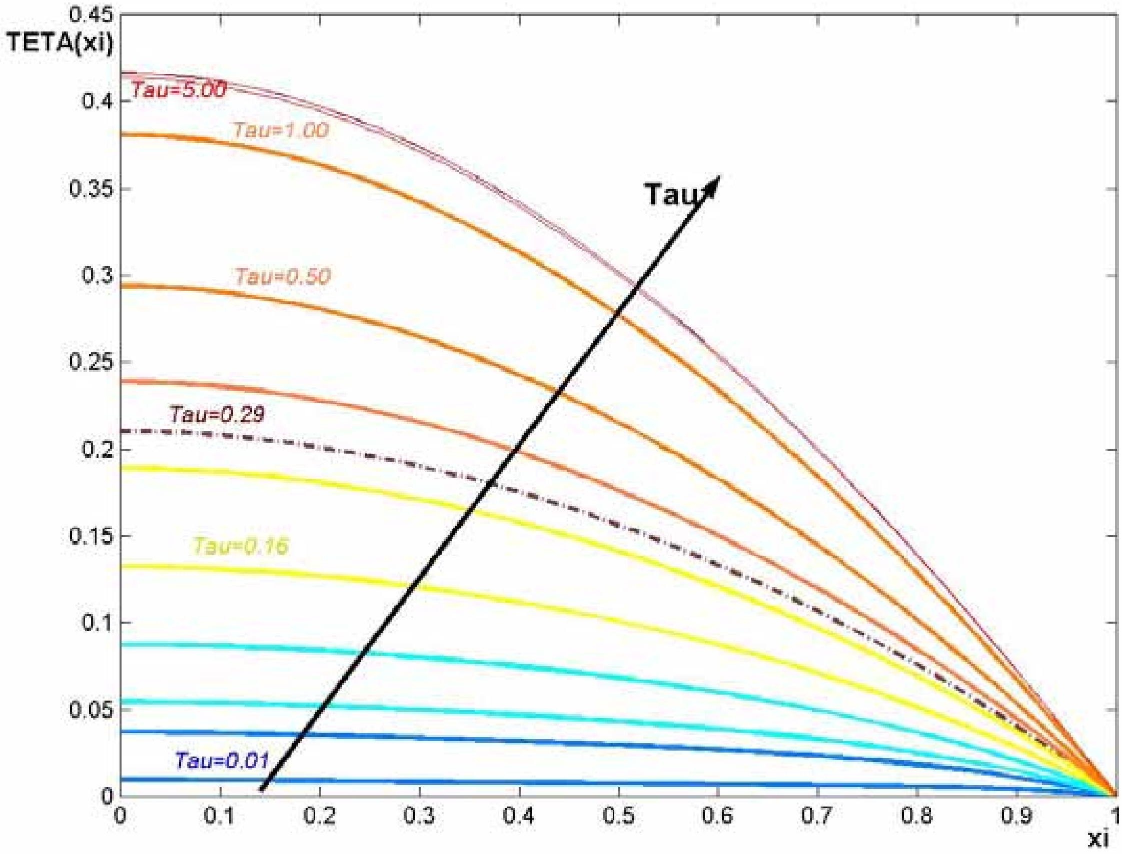
$$t^* = \tau^* * t_{rif} = 0.286 * \frac{\rho c * l^2}{k} \approx 0.286 * \frac{10^6 * 25 * 10^{-6}}{25} = 0.286 \text{ s}$$

Con un altro programma realizzato in C++ ( allegato in APPENDICE 1) abbiamo anche ricavato il valore di θ per vari ξ e $\tau$ ; plottando tali valori con l' ausilio del programma MATLAB® abbiamo ottenuto i seguenti grafici:


Andamento della temperatura adimensionale a regime
TETA(xi)
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1
xi


Temperatura a regime
T [K]
335
330
325
320
315
310
305
300
295
290
0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5
X [mm]


T [°C]
65
60
55
50
45
40
35
30
25
20
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
X [mm]


TETA(xi)
Tau=5.00
Tau=1.00
Tau
Tau=0.50
Tau=0.29
Tau=0.16
Tau=0.01
xi
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1

# *APPENDICE 1*

## ***Schema di funzionamento dei programmi utilizzati***

Il programma definisce due vettori:

$$\text{PARZ[n]} \equiv \frac{\lambda_n \sin(\lambda_n x) + 1}{6\lambda_n^4 + 3\lambda_n^3 \sin(2\lambda_n)}$$

$$\text{L[n]} \equiv e^{-\lambda_n^2 * \tau}$$

La cardinalità del vettore PARZ è pari all' ordine a cui arrestiamo la sommatoria e viene data da tastiera.
Calcolati i termini di suddetto vettore, il programma entra in un ciclo che permette di calcolare L[h] per i vari valori di $\tau$, incrementando la variabile tempo ad ogni passo di un valore che può essere cambiato per ottenere precisioni maggiori ( nel programma tale quantità è stata chiamata, con poca fantasia, "**passo**" ).

```
for(h=0;h<N;h++)
   {
  m=(2*h+1)*(pi/2);
  L[h]=expl(-m*m*Tau);
   }
```

Calcolati i termini di L[h] è possibile calcolare l' h-esimo termine della sommatoria

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+\lambda_n \sin(\lambda_n)}{6\lambda_n^4 + 3\lambda_n^3 \sin(2\lambda_n)} * e^{-\lambda_n^2 \tau} \cos(\lambda_n \xi)$$

come prodotto L[h]*PARZ[h].

```
for(k=0,sum=0;k<N;k++)
  sum+=PARZ[k]*L[k];
```

Si può quindi calcolare il valore di θ fissato $\xi$ al $\tau$ corrente e confrontarlo con un prefissato valore ( nel caso siamo interessati ad una risoluzione della (1.23) per tentativi ); oppure, inserendo il blocco descritto in un ciclo che incrementi anche la $\xi$, ricavare una tabella dei vari valori di θ ( nel caso siamo interessati ad una rappresentazione grafica ).

## ***Programma per il calcolo della soluzione***

### - ***Listato***

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#define P 20
#define passo 0.0000001
#define pi 3.1416
main()
{
 double m,l,TOLL,err,PARZ[P],L[P],sum=0,Tau;
 int n,N,h,i=0,k;
 FILE *fp;
/*Richiede da tastiera l' ordine a cui arrestare lo sviluppo ( N ) */
/*e l'errore tollerato ( TOLL ) */
```

```
printf("Numero di termini della sommatoria:\t");
scanf("%d",&N);
printf("\n");
printf("Errore tollerato:\t");
scanf("%lf",&TOLL);
fp=fopen("Migliore solux.txt","w");
fprintf(fp,"PROGRAMMA REALIZZATO DA LUCIO DURSO & ADRIANO
TESTA\n\n");

/***************************************************************************/
/*Con questo primo ciclo il programma genera un vettore che ha come n-esimo*/
/*elemento il primo termine della sommatoria relativo a LAMBDAi           */
/***************************************************************************/

fprintf(fp,"coefficienti Ci della sommatoria\n");
  for(n=0;n<N;n++)
      {
       l=(2*n+1)*(pi/2);
       PARZ[n]=(l*sinl(l)+1)/(3*(l*l*l)*sinl(2*l)+6*(l*l*l*l));
       fprintf(fp,"%lf\t",PARZ[n]);
      }
      fprintf(fp,"\n");
      fprintf(fp,"Lo sviluppo e' stato arrestato al termine:\n %d\n",N);
      fprintf(fp,"L' errore accettato è pari a:\n %lf\n",TOLL);

/*****************************************************************************/
/* A questo punto il programma calcola il valore della sommatoria per ogni Tau*/
/* e lo confronta con il risultato,il ciclo viene iterato incrementando Tau   */
/*fino a trovare il valore che soddisfi l' eguaglianza                       */
/*****************************************************************************/
  do
   {
   Tau=i*passo;
   /*Per ogni Tau riempio un vettore con i vari termini esponenziali*/
    for(h=0;h<N;h++)
        {
        m=(2*h+1)*(pi/2);
        L[h]=expl(-m*m*Tau);
        }
    for(k=0,sum=0;k<N;k++)
        sum+=PARZ[k]*L[k];
        i++;
    err=fabsl(sum-5./144);
    }
 while(err>=TOLL&&i<100000);
 fprintf(fp,"La soluzione è:\n Tau=\t%lf\n",Tau);
 fclose(fp);
 }
```

- ***Input***


C:\Università\TramissioneDELcalore\SolverNEW.exe
Numero di termini della sommatoria:


C:\Università\TramissioneDELcalore\SolverNEW.exe
Numero di termini della sommatoria: 20
Errore tollerato:

- ***Output***

PROGRAMMA REALIZZATO DA LUCIO DURSO & ADRIANO TESTA

coefficienti Ci della sommatoria

0.070378 -0.001255 0.000388 -0.000114 0.000063 -0.000030 0.000021
-0.000012 0.000009 -0.000006 0.000005 -0.000003 0.000003 -0.000002
0.000002 -0.000001 0.000001 -0.000001 0.000001 -0.000001

Lo sviluppo e' stato arrestato al termine:

20

L' errore accettato è pari a:

0.000010

La soluzione è: Tau = 0.286190

***Programma per la realizzazione dei grafici***

- ***Listato***

```
#include<stdio.h>
#include<math.h>
#define P 20
#define passotau 0.01
#define passoxi  0.01
#define pi 3.1416
#define N 5
#define XI 100
#define TAU 1000

main()
{
double tau,xi,TETA,PARZ[P],L[P],l,m,sum;
int i,h,n,k,t;
FILE *fp;
fp=fopen("Temperatura adimensionalizzata.txt","w");
fprintf(fp,"PROGRAMMA REALIZZATO DA LUCIO DURSO & ADRIANO TESTA\n\n");
fprintf(fp,"\t\t");
 for(i=0;i<=XI;i++)
     {
     xi=i*passoxi;
     fprintf(fp,"%lf\t",xi);
     }
```

```
    fprintf(fp,"\n");
 for(n=0;n<N;n++)
    {
      l=(2*n+1)*(pi/2);
      PARZ[n]=(l*sinl(l)+1)/(3*(l*l*l)*sinl(2*l)+6*(l*l*l*l));
    }

  for(t=0;t<=TAU;t++)
    {
    tau=t*passotau;
    fprintf(fp,"%lf\t",tau);
    for(i=0;i<=XI;i++)
      {
       xi=i*passoxi;

       /*Per ogni xi e Tau riempio un vettore con i vari termini esponenziali*/
       for(h=0;h<=N;h++)
          {
          m=(2*h+1)*(pi/2);
          L[h]=expl(-m*m*tau)*cosl(m*xi);
          }
        /*Costruisco la sommatoria*/
       for(k=0,sum=0;k<N;k++)
          {
          sum+=PARZ[k]*L[k];
          }
       TETA=(1./12)*(xi*xi*xi-6*xi*xi+5)-6*sum;
       fprintf(fp,"%lf\t",TETA);
       }
      fprintf(fp,"\n");

      }
fclose(fp);
}
```

- ***Output (Esempio)***

| (τ) \ (ξ) | 0.000000 | 0.010000 | 0.020000 | 0.030000 | 0.040000 ……….. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.000000 | -0.000093 | -0.000092 | -0.000090 | -0.000086 | -0.000080…. |
| 0.010000 | 0.009619 | 0.009616 | 0.009608 | 0.009596 | 0.009580… |
| 0.020000 | 0.018938 | 0.018934 | 0.018923 | 0.018904 | 0.018879… |
| 0.030000 | 0.028048 | 0.028043 | 0.028029 | 0.028006 | 0.027975… |
| 0.040000 | 0.036991 | 0.036986 | 0.036969 | 0.036943 | 0.036906… |
| 0.050000 | 0.045786 | 0.045780 | 0.045761 | 0.045731 | 0.045689… |

…………………………………………………………………………………………………